

# WIELOMIANY

## zadania powtórzeniowe

Zad. 1. Rozwiąż równania:

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| a) $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$                | h) $x^3 - 3x - 2 = 0$           |
| b) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$                | i) $x^3 - 7x + 6 = 0$           |
| c) $x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$               | j) $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ |
| d) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$              | k) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$   |
| e) $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4 = 0$       | l) $12x^4 + 7x^3 + 7x - 12 = 0$ |
| f) $x^5 - x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 6x - 6 = 0$ |                                 |
| g) $x^5 - 4x^3 + x^2 - 4 = 0$             |                                 |

Zad. 2. Dla jakich wartości parametru  $m$ , równanie  $m^2x^3 + (m^2 + 6m)x^2 + (m + 6)x = 0$  ma trzy różne pierwiastki rzeczywiste.

Zad. 3. Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 + ax^2 - bx - 6$ . Liczby 1 i 2 są pierwiastkami tego wielomianu.

- a) Wyznacz współczynniki  $a$  i  $b$ .
- b) Przy wyznaczonym  $a$  i  $b$  rozwiąż nierówność  $W(x) > 0$ .

Zad. 4. Wiadomo, że liczby 2 i 3 są pierwiastkami równania  $2x^3 + mx^2 - 13x + n = 0$ . Wyznacz  $m$  i  $n$  oraz znajdź trzeci pierwiastek tego równania.

Zad. 5. Wielomian:  $W(x) = x^3 - (k + m)x^2 - (k - m)x + 3$  jest podzielny przez dwumiany:  $(x - 1)$  i  $(x - 3)$ .

- a) Oblicz współczynniki  $k$  i  $m$  wielomianu.
- b) Dla jakich  $x$  spełniona jest zależność:  $W(x) \leq 0$ .

Zad. 6. Dla jakich wartości parametru  $m$ , równanie  $x^3 - 2(m + 1)x^2 + (2m^2 + 3m + 1)x = 0$  ma trzy pierwiastki nieujemne?

Zad. 7. Dane są wielomiany  $W(x) = 2x^3 + (a^2 + 1)x^2 + (a + 2)x - 6$  i  $Q(x) = x + 3$ . Dla jakich wartości parametru  $a$  reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $Q(x)$  jest:

- a) mniejsza od  $-3$
- b) możliwie najmniejsza?

Zad. 8. Dla jakich wartości parametru  $m$ , równanie  $mx^4 + (3 - m)x^2 + m = 0$  ma cztery pierwiastki?

Zad. 9. Dla jakich wartości parametru  $m$ , równanie  $x^5 + (1 - 2m)x^3 + (m^2 - 1)x = 0$  ma pięć pierwiastków?

Zad. 10. Dla jakich  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , wielomian  $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  jest podzielny przez trójmian  $x^2 - 3x + 2$  i przy dzieleniu przez dwumian  $x + 1$  daje resztę  $-24$ ?

Zad. 11. Wyznacz  $p$  i  $q$  tak, aby liczba 3 była dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu

$$W(x) = x^3 - 5x^2 + px + q.$$

Zad. 12. Rozwiąż nierówność

- a)  $-27 < x^3 \leq x|x + 2|$
- b)  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 < 0$
- c)  $x^4 - 4x^2 < 0$

### Zadanie 13

Dany jest wielomian:  $W(x) = x^3 + ax - 2$ .

- Wyznacz wartość parametru tak, aby wielomian  $W(x)$  miał miejsce zerowe równe 2.
- Dla wyznaczonej wartości  $a$ , oblicz pozostałe miejsca zerowe tego wielomianu.

### Zadanie 14

Poniższe wielomiany rozłóż na czynniki możliwie najniższego stopnia:

- $W(x) = 16x^4 - 16x^3 + 4x^2$ ;
- $W(x) = 4x^4 - (x + 1)^2$ .

### Zadanie 15

Rozwiąż nierówności:

- $(2x - 3)(1 - x)^3(x + 2)(x + 1)^2 > 0$ ;
- $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 \leq 0$ .

### Zadanie 16

Zbadaj krotność pierwiastka  $x = -2$  wielomianu  $W(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 28x - 28$ .

### Zadanie 17

Wielomian  $W(x)$  przy dzieleniu przez  $(x + 2)$  daje resztę 8, zaś przy dzieleniu przez  $(x + 1)$  daje resztę  $(-4)$ .

Wyznacz resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian

$$P(x) = x^2 + 3x + 2.$$

### Zadanie 18

Rozwiąż równania:

- $x^3 + 4x^2 - 8x - 32 = 0$ ;
- $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$ .

### Zadanie 19

Wielomian  $W(x) = 3x^4 + 27$  rozłóż na czynniki możliwie najniższego stopnia.

### Zadanie 20

Wykaż, że liczba  $\sqrt[3]{5}$  jest liczbą niewymierną.

### Zadanie 21

Wielomian  $W(x) = x^4 + (a + b)x^3 + (a - b)x^2 - 3x - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$  jest podzielny przez wielomian  $P(x) = x^2 + x - 2$ .

Wyznacz  $a$  i  $b$ , a następnie rozwiąż nierówność  $W(x) \geq 0$ .

### Zadanie 22

Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $x^4 + (m - 3)x^2 + m^2 - m - 6 = 0$  ma dwa różne pierwiastki?

### Zadanie 23

Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu  $W(x) = (x^2 + x - 7)^{2006}$  przez wielomian

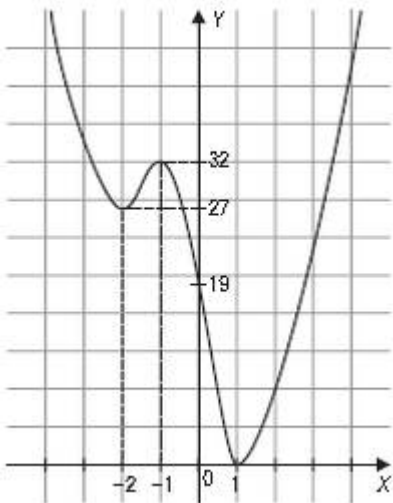
$$P(x) = x^2 + x - 6.$$

### Zadanie 24

Wyznacz te wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + (m + 1)x + 4) = 0$  ma cztery różne pierwiastki.

### Zadanie 25

Na rysunku przedstawiony jest wykres pewnego wielomianu stopnia czwartego. Podaj wzór tego wielomianu, korzystając z danych podanych na rysunku.



### Zadanie 26

Wielomian  $Q(x)$  jest ilorazem z dzielenia bez reszty wielomianu  $W(x) = x^5 + 4x^4 - 4x^3 - 22x^2 + 3x + 18$  przez wielomian  $P(x) = x^2 - x - 2$ .

- Wyznacz wielomian  $Q(x)$ .
- Rozwiąż nierówność  $Q(x) \geq 0$ .

### Zadanie 27\*\*\*

Rozłóż na czynniki wyrażenie:  $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$ .

### Zadanie 28 \*\*\*

Jednym z rozwiązań równania  $3x^3 + ax^2 + bx + 12 = 0$ , gdzie  $a$  oraz  $b$  są liczbami całkowitymi, jest liczba  $1 + \sqrt{3}$ . Znajdź  $a$  i  $b$ .

### Zadanie 29\*\*\*

Rozłóż na czynniki wyrażenie:  $(ab + ac + bc)(a + b + c) - abc$ .

### Zadanie 30.\*\*\*

Suma wszystkich współczynników wielomianu  $W(x)$  (st.  $W(x) > 2$ ) wynosi 6, zaś suma współczynników przy potęgach zmiennej o nieparzystych wykładnikach równa się sumie współczynników przy potęgach zmiennej o wykładnikach parzystych. Wyznacz resztę powstałą z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez wielomian  $P(x) = 5x^2 - 5$ .